

Suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$.

Exercice 1

Etude de la suite $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n^2 + 1}$.

Exercice 2

Etude de la suite $u_0 = 1$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{1 + u_n}$.

Exercice 3

Etude de la suite $u_0 \in \mathbb{R}_+$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{6}(u_n^2 + 8)$.

On pourra distinguer $u_0 \in [0, 2]$, $u_0 \in [2, 4[$, $u_0 = 4$ et $u_0 \in]4, +\infty[$.

Exercice 4

Etude de la suite $u_0 \in \mathbb{R}_+$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{2}{1 + u_n^2}$.

Exercice 5

Soit $u_0 \in]0, 1[$.

Etude de la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - u_n^2$.

Exercice 6

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 > 0$, $u_{n+1} = \sqrt{u_0 + u_1 + \dots + u_n}$. Montrer que la suite (u_n) tend vers $+\infty$.

Exercice 7

On considère la fonction $f : x \mapsto \ln\left(\frac{e^x - 1}{x}\right)$ et la suite définie par

$$\begin{cases} u_0 \in \mathbb{R}^* \\ u_{n+1} = f(u_n). \end{cases}$$

Etudier la suite $(u_n)_n$, puis la série $\sum u_n$.