# Feuille d'exercices

Thermodynamique de "SUP"

PC, septembre 2010

## 1 Transformations du gaz

**Exercice 1 Transformations du gaz parfait.** $n = 3\text{mol}$ de gaz parfait monoatomique sont emprisonnées dans une enceinte cylindrique fermée par un piston de section $S = 10\text{cm}^2$ de masse négligeable. L'état initial est $P_0 = 101300\text{Pa}$ est $T_0 = 300\text{K}$.

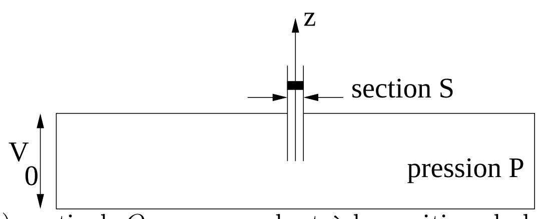
1. On pose graduellement sur le piston une masse $m = 5\text{kg}$ (en laissant s'écouler du sable par exemple) en supposant l'enceinte adiabatique. Calculer les conditions finales et la variation d'entropie du gaz.
2. Même question mais en supposant maintenant que l'on pose brutalement un objet de même masse sur le piston.
3. Le vide est réalisé dans une enceinte adiabatique et isochore de volume $V$. Elle est environnée de l'air atmosphérique à la pression $P_0$ et à la température $T_0$ assimilé à un gaz parfait diatomique de capacité calorifique molaire $C_V^m = \frac{5}{2}R$. On ouvre le robinet d'admission de l'air dans l'enceinte, celle-ci se remplit très rapidement et on referme le robinet dès que l'air ne passe plus. Déterminer la température finale de l'air dans l'enceinte.

**Exercice 2 Expérience de Clément Désormes.** Un récipient indéformable de volume $V_0$ contient de l'air (assimilé à un gaz parfait dont le rapport des capacités calorifiques molaires est $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$) à la même température $T_0$ et à une pression $P_1 = 103120\text{Pa}$ légèrement supérieure à celle $P_0 = 101300\text{Pa}$ de l'air atmosphérique extérieur (état I). On ouvre doucement le robinet de communication avec l'extérieur et on le referme dès que l'équilibre mécanique est atteint (état II). On attend l'équilibre thermique et on mesure la nouvelle pression $P_3 = 101800\text{Pa}$ dans le récipient (état III). On travaille sur le système des $n$ moles d'air restant dans le récipient à la fin. Dans l'état I, il occupe un volume noté $V$.

1. Rappeler les hypothèses du gaz parfait.
2. Lors de l'ouverture du robinet, on suppose que la transformation est adiabatique réversible. Justifier cette hypothèse et donner sans démonstration la relation entre $P_0$, $P_1$, $V_0$ et $V$.
3. Montrer que la température $T_2$ à la fermeture du robinet est strictement inférieure à $T_0$.
4. Écrire les lois des gaz parfaits dans les trois états successifs du système. En déduire une relation entre $P_1$, $P_3$, $V_0$ et $V$.
5. Calculer $\gamma$.

**Exercice 3 Expérience de Rückhardt.** Un récipient indéformable de volume $V_0$ contient de l'air initialement à la pression $P_0$, assimilé à un gaz parfait dont le rapport des capacités calorifiques molaires est $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$.

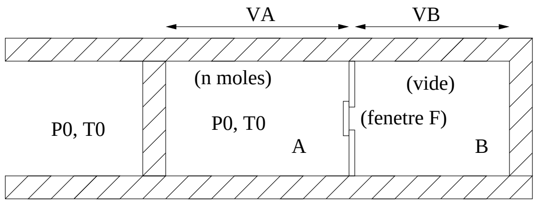
Il est surmonté d'un tube cylindrique de section $S$, de volume total très petit devant $V_0$, dans lequel coulisse sans frottement un petit cylindre métallique de masse $m$ et de même section, assurant ainsi l'étanchéité.




La position du cylindre est repérée sur l'axe $(O, z)$ vertical, $O$ correspondant à la position de la bille telle que le volume emprisonné est $V_0$. On note $P$ la pression instantanée de l'air dans la bouteille, $P_0$ celle de l'air extérieur et $g$ l'accélération de la pesanteur.

1. Donner l'expression du volume instantané de l'air emprisonné $V$ en fonction de $V_0$, $S$ et $z$.
2. Sous quelles hypothèses peut-on considérer que lors des oscillations verticales du cylindre dans le tube, l'air emprisonné subit une transformation adiabatique réversible ? En déduire dans ce cas qu'on peut écrire $P \simeq P_0 - \frac{P_0 \gamma S}{V_0} z$.
3. Écrire la deuxième loi de Newton (ou relation fondamentale de la dynamique) pour le cylindre, en déduire l'équation différentielle vérifiée par $z$.
4. En déduire que la mesure de la période $\theta$ des petites oscillations permet le calcul de $\gamma$.

**Exercice 4 Détente à double chambre**. Dans le dispositif suivant, le piston et les parois hachurées sont adiabatiques, et la cloison est perméable à la chaleur. L'air extérieur est à $P_0 = 101300$Pa.




À l'instant initial, la fenêtre F est fermée, le piston est en équilibre, le compartiment A est rempli de $n = 1$mol d'un gaz parfait ($\gamma = 1,4$) à la température $T_0 = 300$K et le compartiment B est vide.

On ouvre la fenêtre F et on attend l'équilibre.

1. Décrire qualitativement ce qui se passe en discutant suivant la taille de l'enceinte B ; en déduire l'existence d'un volume critique $V^*$ qu'on ne cherchera pas à calculer pour l'instant. On suppose désormais que $V_B < V^*$.
2. Déterminer le travail reçu par le gaz.
3. Déterminer l'état final du gaz $(P_1, V_1, T_1)$ en fonction de $P_0$, $V_A$ et $V_B$.
4. Faire un bilan entropique.
5. Calculer $V^*$.

# 2 Transformations d'autres systèmes

**Exercice 5 Transfert corps chaud - corps froid** Dans une enceinte adiabatique, on met au contact thermique deux corps detempératures initiales $T_{10}$ et $T_{20}$ ($T_{10} > T_{20}$), de même capacité thermique $C$. Déterminer la température d'équilibre $T_f$, calculer les variations d'entropie du corps initialement chaud $\Delta S_1$, du corps initialement froid $\Delta S_2$ et du système. Analyser les signes de ces trois variations, dire en particulier s'il s'agit d'entropie créée ou échangée.

**Exercice 6 Transfert corps-thermostat** Une pierre chaude à la température $T_0$ de capacité calorifique $C$ est plongée dans l'eau d'un lac formant un thermostat à la température $T_{\text{th}}$. Déterminer la variation d'entropie du corps, du lac et de l'univers. Conclure.

**Exercice 7 Entropie de mélange**. Soit un récipient de volume $V_0$ contenant de l'air (GP) à la température $T_0$ et à la pression $P_0(1-x)$, $x \in ]0, 1[$. L'air extérieur est à la température $T_0$ et à la pression $P_0$. Par un robinet, on laisse l'air extérieur rentrer dans le récipient jusqu'à l'équilibre mécanique et thermique.

1. Exprimer le travail et la chaleur échangés.
2. Faire un bilan entropique.
3. Mêmes questions si le gaz dans le récipient est un autre gaz parfait que l'air.

# 3 Machines thermiques : généralités

**Exercice 8 3 solides**. On dispose de trois solides de même capacité calorifique $C$, de températures initiales $T_{10} = 100$K, $T_{20} = T_{30} = 300$K. En utilisant des machines thermiques, mais sans apport extérieur d'énergie, proposer une méthode permettant d'échauffer l'un des solides ; à quelle température maximale peut-on le porter ?

**Exercice 9 Cycle de travail nul**. Une mole de GP suit un cycle formé de deux transformations isothermes aux températures $T$ et $\alpha T$, d'une isentropique et d'une isochore au volume $V_V$. On note $V_m$ le volume minimal sur le cycle.

1. Construire un cycle de travail nul.
2. Déterminer dans ce cas l'expression de $\tau = \frac{V_V}{V_m}$ en fonction de $\alpha$ et $\gamma$.

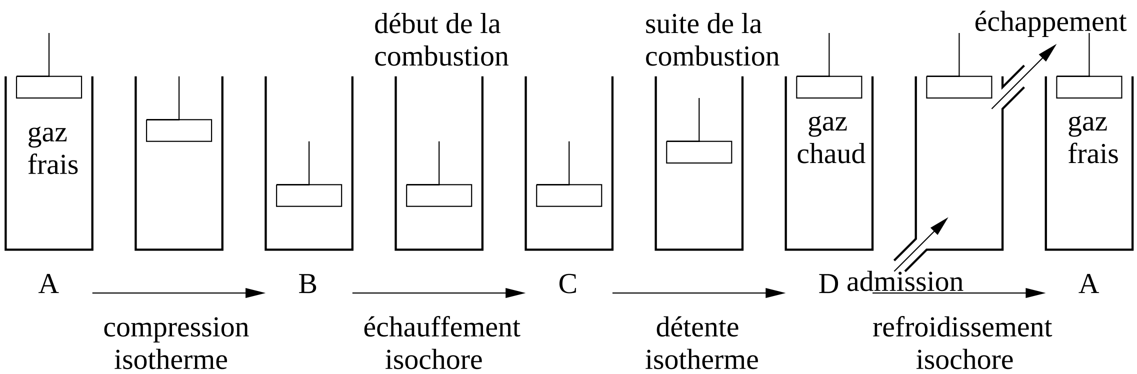
**Exercice 10 Centrale nucléaire**. Un système est formé de $n$ moles d'un gaz parfait de capacités calorifiques molaires $C_{P,m}$ et $C_{V,m}$ (on pose $\gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}}$). Le cycle de Carnot est un cycle $(ABCD)$ formé de deux transformations adiabatiques réversibles ($BC$ et $DA$) séparant deux transformations isothermes aux températures $T_A = T_B$ et $T_C = T_D$ avec $T_A < T_C$.

1. Quelle est la relation entre la pression $P$ et le volume $V$ d'un gaz parfait subissant une transformation isotherme à la température $T$ ? Même question pour une transformation adiabatique réversible.
2. Tracer l'allure d'un cycle de Carnot (moteur) pour le système considéré dans un diagramme $(P, V)$.
3. Déterminer l'expression du rendement $\rho$ de cette machine fonctionnant en moteur en fonction des seules températures $T_A$ et $T_C$.
4. Montrer que le rendement maximal d'une machine thermique fonctionnant entre ces deux mêmes températures est celui de la machine fonctionnant selon le cycle de Carnot.
5. Une centrale nucléaire fournit une puissance $P$, la source chaude est à la température $T_C$ du réacteur, la source froide est un fleuve dont le débit massique est $D_m$ et dont la température d'entrée est $T_A$. Le rendement de la centrale est égal à $\eta$ fois celui de Carnot. Calculer la température de l'eau (de capacité calorifique massique $c_e$) rendue au fleuve.

Données : $P = 1,5GW, T_C = 750K, T_A = 300K, D_m = 3{\cdot}10^5 kg/s, \eta = 0,75\ c_e = 4180J{\cdot}kg^{-1}$.

# 4 Moteurs

**Exercice 11 Cycle de Stirling**. Le cycle de Stirling subi par l'unité de masse d'un gaz parfait, de masse molaire $M$ et de capacité calorifique massique à volume constant $c_V$, est modélisé ci-dessous. Dans la transformation AB, la chaleur cédée par le gaz est perdue. La transformation DA est assimilée à un refroidissement isochore, et on a la possibilité d'implanter un échangeur permettant de récupérer la chaleur perdue par le gaz pour la réinjecter dans la transformation BC.




On donne à chaque étape les valeurs des pressions $P$, volumes massiques $v$ et températures $T$. Données : $M = 29g \cdot mol^{-1}$, $c_V = 1000J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$, $R = 8,314J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$.

| | $P$ (Pa) | $v$ ($m^3 \cdot kg^{-1}$) | $T$ (K) |
|---|---|---|---|
| A | 101 300 | 0,850 | 300 |
| B | 1 011 400 | 0,085 | 300 |
| C | 2 026 000 | 0,085 | 600 |
| D | 202 600 | 0,850 | 600 |

1. Déterminer, pour chaque transformation (AB, BC, CD et DA) la chaleur et le travail reçu par l'unité de masse du fluide. On les exprimera en $J \cdot kg^{-1}$ et on les notera en lettres minuscules, conformément à l'usage ($q_{AB}$, $w_{AB}$, ...).

2. On suppose que l'échangeur n'est pas en place et que $q_{DA}$ est perdue. Déterminer le rendement du moteur.
3. On suppose que l'échangeur est en place et que $q_{DA}$ est récupérée et réinjectée intégralement dans le cycle. Déterminer le rendement du moteur.
4. On suppose que l'échangeur est en place et que $q_{DA}$ est récupérée et réinjectée partiellement dans le cycle. Le rendement de l'échangeur est de 50%. Déterminer le rendement du moteur.
5. Le cycle de Stirling est un cycle ditherme entre les températures $T_A = T_B$ et $T_C = T_D$. Montrer que le rendement maximal d'une machine thermique fonctionnant entre ces deux températures est celui d'une machine fonctionnant selon le cycle de Carnot (ditherme réversible), soit $\eta_{max} = 1 - \frac{TA}{T_C}$. Faire l'application numérique et comparer aux résultats obtenus cidessus.

**Exercice 12 Moteur à explosion**. Dans le moteur à explosion, le piston oscille entre deux positions extrêmes, la première où le volume est maximal ($V = V_1$) et la seconde où le volume est minimal ($V = V_2$). On injecte $n$ moles d'un mélange explosif (air et essence) assimilable à un gaz parfait ; on note $\pi$ le pouvoir calorifique molaire du mélange. Les quatre étapes sont :

- $A_1A_2$ : compression adiabatique réversible de $(P_1, V_1)$ à $(P_2, V_2)$ ;
- $A_2B_2$ échauffement isochore lors de l'explosion de $(P_2, V_2)$ à $(P_2', V_2)$ ;
- $(B_2B_1)$ : détente adiabatique réversible des gaz brûlés qui poussent sur le piston de $(P_2', V_2)$ à $(P_1', V_1)$ ;
- refroidissement isochore avec remplacement des gaz brûlés par un mélange combustible frais $(P_1', V_1)$ à $(P_1, V_1)$.

Après une brève justification des lois utilisées, on effectuera les applications numériques au fur et à mesure des questions.

1. Dessiner sur un diagramme $(P, V)$ l'allure du cycle.
2. Déterminer la température $T_1$ en $A_1$, la pression $P_2$ et la température $T_2$ en $A_2$. En déduire le travail $W_c$ reçu par le gaz pendant la compression $A_1A_2$.
3. Calculer la chaleur $Q$ cédée par l'explosion. En déduire la température $T_2'$ et la pression $P_2'$ en $B_2$.
4. Déterminer le travail $W_d$ fourni par le gaz pendant la détente $B_2B_1$.
5. Déduire de ce qui précède le rendement du moteur et sa puissance mécanique lorsqu'il effectue 1500 cycles par minute.

Données : $n = 0,100mol$, $P_1 = 1,00 \cdot 10^5 Pa$, $V_1 = 1,00 \cdot 10^{-3} m^3$, $V_2 = 1,00 \cdot 10^{-4} m^3$, $R = 8,314 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, $\gamma = 1,40$, $C_{V,m} = 20,8 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$, $\pi = 1000 J \cdot mol^{-1}$.

**Exercice 13 Moteur diesel à double combustion**. Un mélange combustible assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$, de rapport de capacités calorifiques molaires $\gamma = \frac{C_{V,m}}{CV_{P,m}} = 1,4$ subit un cycle fomé de 5 transformations avec 5 états intermédiaires (1, 2, 3, 4, 5) :

$1 \rightarrow 2$ : compression isentropique de la pression $P_1 = 1,0 \cdot 10^5\text{Pa}$, la température $T_1 = 293K$ jusqu'à un état de pression $P_2$ et de température $T_2$ avec $\frac{V_1}{V_2} = 19$

$2 \rightarrow 3$ : échauffement isochore jusqu'à la pression $P_3 = 65 \cdot 10^5\text{Pa}$

$3 \rightarrow 4$ : échauffement isobare jusqu'à la température $T_4 = 2173\text{K}$

$4 \rightarrow 5$ : détente isentropique

$5 \rightarrow 1$ : refroidissement isochore

1. Décrire ce cycle dans un diagramme (P,V).
2. Décrire technologiquement ce cycle par les mouvements d'un piston dans un cylindre en identifiant les transformations du mélange combustible.
3. Déterminer le rendement $\rho$ de ce cycle moteur en fonction des températures des états successifs et de $\gamma$.
4. Calculer numériquement $T_2$, $T_3$ et $T_5$.
5. En déduire la valeur numérique de $\rho$.
6. Déterminer la chaleur reçue par 1kg de gaz entre les états 2 et 4, puis entre les états 5 et 1. En déduire le travail fourni par 1 kg demélange combustible.