

Correction du partiel.

Exercice 1 :

1. $A(x) = 2x^2 + 3x - 4x - 6 - 4x^2 + 9 = -2x^2 - x + 3.$

$$B(x) = x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{25}{16} = x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{24}{16} = x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

2. (a) $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3).$

(b) $A(x) = (x-2)(2x+3) - (2x-3)(2x+3) = [(x-2) - (2x-3)](2x+3) = (-x+1)(2x+3).$

$$B(x) = \left(x + \frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{4} - \frac{5}{4}\right) \left(x + \frac{1}{4} + \frac{5}{4}\right) = (x-1) \left(x + \frac{3}{2}\right).$$

3. $B(x) = 0$ équivaut à $(x-1) \left(x + \frac{3}{2}\right) = 0.$

Un produit est nul si et seulement si un de ses facteurs est nul donc :

$$x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x + \frac{3}{2} = 0$$

$$x = 1 \quad \text{ou} \quad x = -\frac{3}{2}$$

donc, $\mathcal{S} = \{-\frac{3}{2}; 1\}.$

Exercice 2 :

1. $A = -3 \times 4 + 5 = -7.$

$$B = -2 \times 5^2 + 5 \times (-2)^2 = -50 + 20 = -30.$$

2. $\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{5}{36}.$

3. $a^2 \times b + a \times b^2 = ab(a + b).$

Exercice 3 :

1. $A = \frac{1}{4} - \frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{7-4+12}{28} = \frac{15}{28}.$

2. $B = \left(\frac{2}{3}\right)^3 + 1 = \frac{8}{27} + \frac{27}{27} = \frac{35}{27}.$

3. $C = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{\frac{7}{12}} + \frac{1}{2} = \frac{12}{7} + \frac{1}{2} = \frac{24+7}{14} = \frac{31}{14}.$

4. $D = 8\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 2\sqrt{75} = 8\sqrt{3} - 12\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3}.$

5. $E = (\sqrt{5} + \sqrt{2})^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 = 5 + 2\sqrt{10} + 2 - (5 - 2\sqrt{10} + 2) = 4\sqrt{10}.$

6. $F = (3\sqrt{5} + 2\sqrt{3})^2 = 9 \times 5 + 2 \times 3 \times 3\sqrt{15} + 4 \times 3 = 45 + 12\sqrt{15} + 12 = 57 + 12\sqrt{15}.$

Exercice 4 :

1) $f(3) = 2$ 2) $f(4) = -1$ 3) $f(5) = 2$ 4) $f(8) = -3$

Exercice 5 :

1. L'ensemble de définition de f est l'intervalle : $[4; +\infty[$.

2. $f(0) = -2$ et $f(3) = -3$.

3. - 1 a pour antécédents -2 et $4, 2$.
 - 4 a pour antécédent $4, 6$.

4. $f(x) = 3$ $\mathcal{S} = \{4, 5\}$.

5. $f(x) < 1$ $\mathcal{S} = [-4; -2[\cup]-2; 4, 2[$.

6.

x	-4	-3	-1	4	$+\infty$
Signe de $f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Exercice 6 :

1. A est le milieu de $[PR]$ donc $A\left(\frac{-1 + (-2)}{2}; \frac{1 + (-4)}{2}\right)$.

$A\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

2. $PQRS$ est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales $[PR]$ et $[QS]$ ont le même milieu. A étant le milieu de $[PR]$, c'est aussi le milieu de $[QS]$ donc les coordonnées $x; y$ du point S vérifient :

$$-\frac{3}{2} = \frac{2+x}{2} \quad \text{et} \quad -\frac{3}{2} = \frac{-1+y}{2}$$

donc, $S(-5; -2)$.

Exercice 7 :

1. (a) $BC = BA$ signifie que C appartient au cercle de centre B et de rayon BA . (il appartient aussi à l'axe des abscisses puisque son ordonnée vaut 0)

(b) Le cercle de centre B et de rayon BA coupe l'axe des abscisses en deux points, on en déduit donc qu'il y a deux solutions au problème.

2. (a) $BA = \sqrt{(-3-1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$.

$BC = \sqrt{(x-1)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(x-1)^2 + 16}$.

(b) $BA^2 = BC^2$ équivaut à $25 = (x-1)^2 + 16$ ce qui équivaut à :

$$(x-1)^2 + 16 - 25 = 0$$

ou encore, $(x-1)^2 - 9 = 0$.

(c) On résout $(x - 1)^2 - 9 = 0$

$$(x - 1)^2 - 3^2 = 0$$

$$(x - 1 - 3)(x - 1 + 3) = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si un des facteurs est nul donc :

$$x - 4 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 2 = 0$$

$$x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -2$$

Les coordonnées du point C répondant au problème sont donc : $(-2; 0)$ ou $(4; 0)$.

Exercice 8 :

$$AB^2 = (4 + 4)^2 + (-2 + 1)^2 = 64 + 1 = 65.$$

$$BC^2 = (-2 - 4)^2 + (2 + 2)^2 = 36 + 16 = 52.$$

$$AC^2 = (-2 + 4)^2 + (2 + 1)^2 = 4 + 9 = 13.$$

$$\text{Ainsi, } AC^2 + BC^2 = 13 + 52 = 65 = AB^2.$$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C .